

XX Encontro Anual de Iniciação Científica – EAIC X Encontro de Pesquisa - EPUEPG

BILHARES QUÂNTICOS TRIANGULARES

Emanuel Vicente Chimanski (PET/MEC SESu-UNICENTRO), Eduardo Vicentini (Orientador), e-mail: evchimanski@hotmail.com

Universidade Estadual do Centro Oeste do Paraná/Departamento de Física, Guarapuava, PR.

Ciências Exatas e da Terra, Física Clássica e Física Quântica; Mecânica e Campos - 10501029.

Palavras-chave: estatística de níveis, estados ressonantes, superposição de ondas planas.

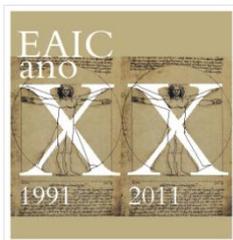
Resumo:

Bilhares quânticos são utilizados como modeladores de diversos sistemas microscópicos, isto mantém a importância do estudo nesta área. Procurando compreender o comportamento caótico de um bilhar triangular na transição clássica, desenvolve-se um estudo da dinâmica destes bilhares. Conhecendo a característica de um ângulo obtuso de espalhar trajetórias, imitando comportamento caótico em uma análise clássica, foi possível observar se há uma mudança na distribuição de afastamento de níveis, que é sensível à classificação dinâmica de um sistema, de um ângulo agudo e seu complementar obtuso para os níveis mais elevados.

Introdução

Bilhares quânticos [1] são sistemas que descrevem o comportamento de uma partícula livre cujo movimento só é restrito por algumas paredes. O movimento pode ser limitado a alguma região do espaço limitada por estas paredes (problema interno) ou ser livre para se movimentar por todo o espaço (problema externo) [2]. O estudo deste tipo de sistema é de grande interesse, pois pode ser utilizado para modelar pontos quânticos [3], dispositivos nanoeletromecânicos [4], ressonadores micro-ópticos [5], entre outros. Além disso, bilhares quânticos são utilizados como modelos para compreender o caos quântico e sua conexão com a dinâmica clássica subjacente [6].

Bilhares com ângulos obtusos, em uma análise clássica, espalham trajetórias fazendo com que este sistema classificado como quase-periódico imite comportamento caótico [6]. Na mecânica quântica a distribuição de afastamento de níveis e a função rigidez, são funções sensíveis a



XX Encontro Anual de Iniciação Científica – EAIC X Encontro de Pesquisa - EPUEPG

classificação dinâmica do sistema, com isso é possível buscar uma pista sobre o comportamento caótico na transição clássica.

O objetivo deste trabalho é investigar o efeito de ângulos agudos, obtusos, racionais e irracionais na determinação de níveis de energia em bilhares quânticos.

Materiais e métodos

Utilizamos bilhares triangulares por que eles têm a característica de apresentar apenas um ângulo obtuso, e podem ter seus níveis de energia determinado por até dois métodos numéricos [2,7], para quaisquer ângulos internos. O método utilizado foi o de superposição de ondas planas [7].

Após a determinação dos níveis de energia, foram calculadas as distribuições de afastamento de níveis, dada por $P(s)$ [7], mostradas em gráficos de histogramas. Em cada gráfico também são mostradas duas distribuições de afastamento de níveis mais comuns, sendo a distribuição de Wigner que, indica um comportamento dinâmico caótico, e a distribuição de Poisson, que é obtida quando o bilhar é chamado integrável [7].

Observamos os triângulos em pares, um com ângulo agudo e seu suplementar obtuso, procurando uma possível mudança na distribuição de afastamento de níveis devido ao ângulo obtuso. Bilhares quânticos com ângulos obtusos geralmente mostram uma distribuição de afastamento de níveis como bilhares caóticos, este comportamento faz referencia ao comportamento clássico dos ângulos obtusos de agir como espalhadores de trajetórias [8]. Também classificamos os bilhares pelos ângulos internos racionais (ângulos internos na forma $m\pi/n$, com m e n inteiros) e irracionais. Bilhares clássicos irracionais são classificados como pseudo-integráveis e também imitam comportamento caótico, quando observados por algumas grandezas sensíveis ao comportamento dinâmico [9].

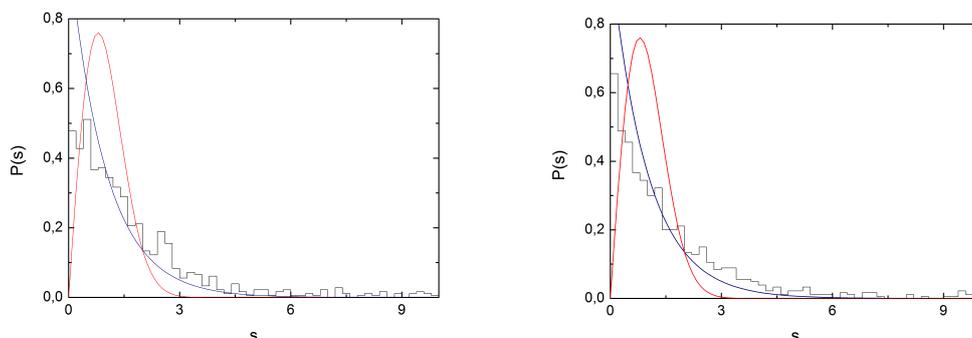
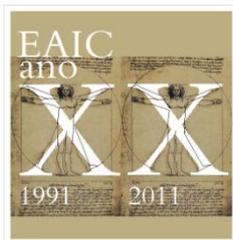


Figura 1 – Distribuição de afastamento de níveis para $(\pi/3, \pi/3, \pi/3)$, e $(2\pi/3, \pi/6, \pi/6)$, as linhas em azul e vermelho, representam a distribuição de Poisson e Wigner respectivamente.

Resultados e Discussão



XX Encontro Anual de Iniciação Científica – EAIC X Encontro de Pesquisa - EPUEPG

Primeiro observamos o triângulo $(\pi/3, \pi/3, \pi/3)$, que possui solução analítica, e seu equivalente obtuso $(2\pi/3, \pi/6, \pi/6)$, como mostra a Fig. 1. Em seguida, calculamos $P(s)$ para um triângulo racional agudo e seu equivalente obtuso, e um triângulo com ângulos irracionais. Neste último caso, como é impossível representar um número irracional no computador, utilizamos um racional que, se representado por um único número, tenha muitas casas decimais. Suas distribuições de afastamento de níveis são mostradas na Fig. 2 e Fig. 3.

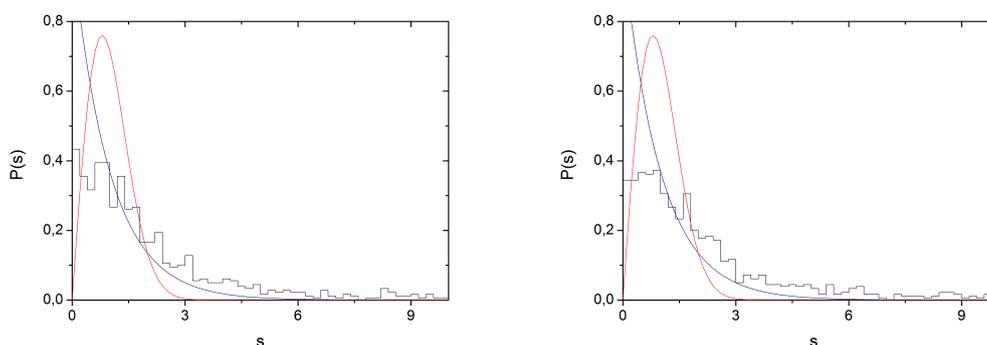


Figura 2 – Distribuição de afastamento de níveis para $(\pi/4, 3\pi/8, 3\pi/8)$, e $(3\pi/4, \pi/8, \pi/8)$.

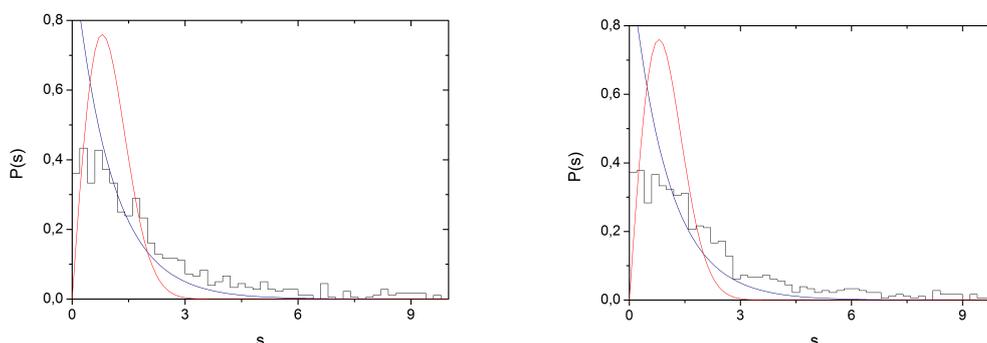
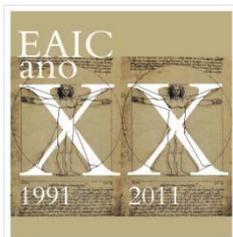


Figura 3 – Distribuição de afastamento de níveis para $(148\pi/590, 221\pi/590, 221\pi/590)$, e $(221\pi/295, 37\pi/295, 37\pi/295)$.

Conclusões

Estes resultados indicam que o comportamento quântico do bilhar triangular não parece ser determinado pela classificação de um dos ângulos internos em agudo ou obtuso. Com exceção do bilhar $\pi/3$ e seu obtuso (Fig. 1), cuja distribuição de níveis se mostra mais próxima de Poisson, indicando seu limite clássico integrável, os outros bilhares não mostram, em suas



XX Encontro Anual de Iniciação Científica – EAIC X Encontro de Pesquisa - EPUEPG

distribuições de níveis (Fig. 2 e Fig. 3), uma distribuição que possa ser classificada como Poisson ou Wigner. Observamos apenas um pequeno alargamento da distribuição, quando mudamos o ângulo para obtuso, que pode indicar uma tendência em direção à distribuição de Wigner. A distribuição também não parece ser sensível ao fato dos ângulos serem racionais ou irracionais. Provavelmente no bilhar triangular, como apenas um ângulo pode ser obtuso, os demais podem impedir o espalhamento das trajetórias.

Agradecimentos

Ao MEC SESu, pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] GUTZWILLER, M. C. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*. New York, Springer-Verlag, 1990.
- [2] ZANETTI, F. M.; VICENTINI, E.; da LUZ, M. G. E. Eigenstates and scattering solutions for billiards problems: A boundary wall approach. *Annals of Physics*. v. 323, p. 1644-76, 2008.
- [3] BEENAKKER, C. W. J. Random-matrix theory of quantum transport. *Review Modern Physics*. V. 69, p. 731, 1997.
- [4] GUSSO, A.; da LUZ, M. G. E.; REGO, L. C. G. Quantum chaos in nanoelectromechanical systems. *Physical Review B*. v. 73, p. 035436, 2006.
- [5] HENTSCHEL, M.; RICHTER, K. Quantum chaos in optical systems: The annular billiard. *Physical Review E*, v. 66, p. 056207, 2002.
- [6] SRIDHAR, S.; HELLER, E. J. Physical and numerical experiments on the wave mechanics of classically chaotic systems. *Physical Review A*. v. 46, p. R1728, 1992.
- [7] MILTENBURG, A.G.; RUIJIGROK, TH.W. Quantum aspects of triangular billiards. *Physica A*. v. 210, p.476-481, 1994.
- [8] BISWAS, D. Semiclassical inequivalence of polygonalized billiards. *Physical Review E*. v. 65, n. 5, p.5073-133, 2000.
- [9] KOKSHENEV, V., VICENTINI, E. Slow relaxation in weakly open rational polygons. *Physical Review E*. v. 68, p, 016221, 2003.